Réviser les factorisations
3e, 2nde, 1ère, Tale

Factoriser, qu'est-ce que ça veut dire ?

Factoriser, c'est transformer une somme en un produit : 5x+10 est une somme 5*(x+2) est un produit.

Remarque 1 : Même si il y a bien une multiplication dans 5x+10, entre le 5 et le x, la dernière opération que l'on fait est le +, à cause des règles de priorité entre les opérations. L'expression est donc bien une somme. De même, dans 5*(x+2), il y a bien un +, mais la dernière opération que l'on effectue est le *. Il s'agit donc d'un produit.

Remarque 2 : « Somme » désigne aussi bien une addition d'une soustraction, car soustraire un nombre revient à additionner un nombre négatif...
De même, le terme « produit » peut aussi s'appliquer à une expression comprenant une division, (notée sous forme de fraction, ou pas!) car « diviser par un nombre, cela revient à multiplier par son inverse ».
Ainsi, $\frac{x}{15}-2$ est une somme et $\frac{x-30}{15}$ est un produit.

Et ça sert à quelque chose de factoriser?

Cela sert à **résoudre des équations** en appliquant la « règle du produit nul » à l'expression factorisée.
Ex : Pour résoudre (E) $(x+1)(2x-5)-(x+1)(x+2)=0$, on factorise. (E) devient $(x+1)(x-7)=0$. Les solutions de (E) sont les solutions de $x+1=0$ et $x-7=0$.

Factoriser est aussi très utile lors de la recherche du signe d'une expression, par exemple lors de la résolution d'inéquations : on cherche séparément les signes de chacun des facteurs, pour pouvoir **construire un tableau de signes** .
Ex : Pour résoudre (I) $4x^2-25\leqslant 0$, on factorise. (I) devient $(2x-5)(2x+5)\leqslant 0$.

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
2x-5		$-$	0	+		+	
2x+5		$-$		$-$	0	+	
$(2x-5)(2x+5)$		+	0	$-$	0	+	

Comment on fait pour factoriser?

Il y a deux « voies » principales pour factoriser une expression : celle du **facteur commun** et celle des **identités remarquable**.

Remarque 1 : Lorsque qu'aucune des deux méthodes ne semble pouvoir être appliquée, il peut être utile de transformer l'expression (développement, mise au même dénominateur, calcul) pour voir apparaître un facteur commun ou une identité remarquable...

Remarque 2 : dans la « troisième » identité remarquable, la forme factorisée est bien (a-b)(a+b)...

Remarque 3 : En classe de première S puis dans le supérieur, de nouvelles méthodes de factorisations, propres aux polynômes, seront introduites : patience...

Et maintenant, appliquons !

Exercice 1 : Factoriser les expressions suivantes en repérant le facteur commun

$A=4x^3-5x^2$

$B=x^5+\frac{1}{2}x^3$

$C=(x+1)^2+x+1$

D= $2x+\frac{x}{4}+x(x-2)$

$E=(3x-7)^2+(x-2)(7-3x)$

Exercice 2 : Factoriser les expressions suivantes en reconnaissant une identité remarquable

$F=x^2-8x+16$

$G=49-x^2$

$H=-25+x^2$

$I=8x+4+4x^2$

$J=(3x+2)^2-(x+1)^2$

Exercice 3 : Factoriser les expressions suivantes

$K=(2x-3)+(5x+1)(3-2x)$

$L=9(x-3)^2-(4x+3)^2$

$M=-(1+3x)^2+4x^2$

$N=(1-3x)^2+3(1-2x)$

$0=\left(\frac{x-3}{2}\right)^2-\frac{x^2}{4}$

Exercice 4 : Résoudre les équations suivantes

1) $x^2=25$
2) $\left(x-\frac{1}{5}\right)^2=9$
3) $(2x-5)(x-1)=6x-15$
4) $\left(x+\frac{1}{2}\right)(-x+1)=-1-2x$
5) $(2x+1)^2-(x-2)^2=0$

Exercice 5 : Résoudre les inéquations suivantes

1) $-\left(\frac{x-1}{2}\right)^2+9x^2>0$
2) $\left(\frac{3}{2}x-1\right)(x+1)+\frac{1}{2}x\leqslant\frac{1}{3}$
3) $2x(x-1)<3x-3$
4) $5x^2\geqslant 15x$

5) $\frac{(x-2)^2}{4} \leqslant \frac{x^2}{9}$